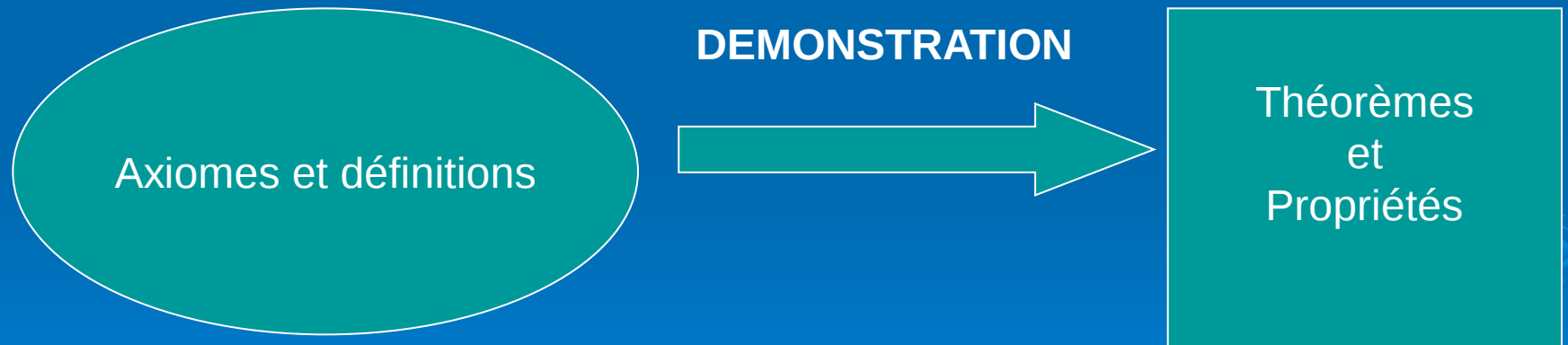


# *La spécialité mathématique en TS*



# *La spécialité mathématique en TS*

Les mathématiques sont une science qui se construit elle-même grâce à la démonstration.



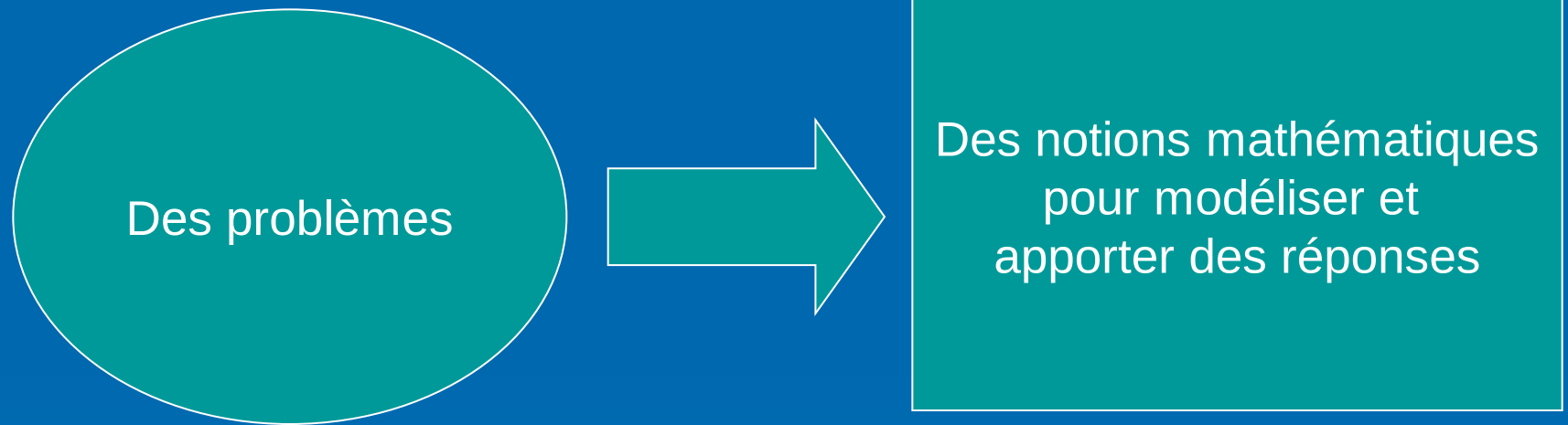
# *La spécialité mathématique en TS*

Les mathématiques sont une science qui se construit elle-même grâce à la démonstration.

Mais pas seulement....

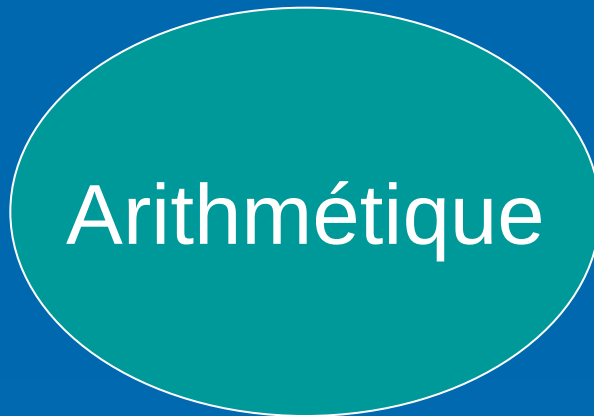


# *La spécialité mathématique en TS*



# *La spécialité mathématique en TS*

Deux thèmes d'études :



On utilisera aussi les probabilités



# *La spécialité mathématique en TS*

Arithmétique

exemples de problème



# La spécialité mathématique en TS

## Histoire de calendriers

Pourquoi supposer  $A \geq 1582$ ? Derrière son apparence anodine, le calendrier possède une histoire complexe.

Le temps qui s'écoule entre deux passages successifs du Soleil au point vernal, point où se trouve le Soleil à l'équinoxe de printemps, est appelé année tropique et dure 365,242 19 jours.

Jules César abandonna le calendrier romain en vigueur à son époque, pour mettre en place le calendrier julien :

- L'année commencerait désormais le 1<sup>er</sup> janvier et non plus le 1<sup>er</sup> mars.
  - « Tous les quatre ans, on doublerait le 6<sup>e</sup> jour avant le 1<sup>er</sup> mars. »
- On comprend aisément que ces années-là soient appelées années bissextiles.

Cela donna une année julienne d'une durée moyenne de 365,25 jours.

En 1582, le pape Grégoire XIII prit conscience du décalage entre l'année julienne et l'année tropique (environ 10 jours depuis Jules César). Il décida que les années séculaires, jusque-là bissextiles, ne le seraient désormais que si elles sont multiples de 400, ce qui donna une durée moyenne de l'année grégorienne de 365,242 5 jours. Pour rattraper les dix jours de retard par rapport au soleil, il décida que le jeudi 4 octobre 1582 aurait pour lendemain le vendredi 15 octobre 1582. Ce qui fut mis en place en Espagne et au Portugal, puis progressivement dans toute l'Europe. En France, le dimanche 9 décembre eut pour lendemain le lundi 20 décembre 1582.



# La spécialité mathématique en TS

## Différentes écritures d'un nombre

### Problèmes de changement de bases

- Dans le système décimal, l'écriture «10» désigne le nombre dix et tout entier naturel s'écrit  $a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10^1 + a_0$ , où chaque  $a_i$  est un entier naturel strictement inférieur à 10.

- Si on choisit un autre entier  $b > 0$ , on peut démontrer que tout entier naturel  $m$  s'écrit de manière unique :

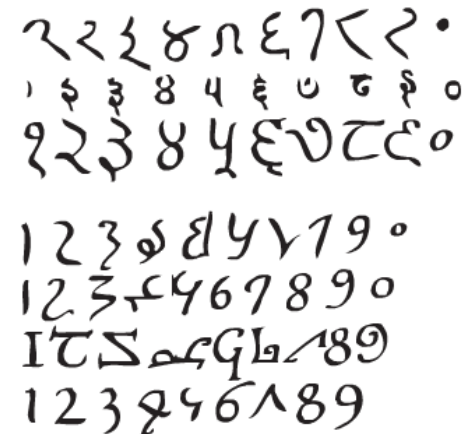
$$m = u_n b^n + u_{n-1} b^{n-1} + \dots + u_1 b^1 + u_0$$

où chaque  $u_i$  est un entier naturel strictement inférieur à  $b$ .

On dit que cette écriture est **l'écriture de l'entier naturel  $m$**  dans le système de base  $b$ .

- Pour passer d'une écriture décimale à une écriture en base  $b$ , on utilise la **division euclidienne** (→ Problème 2, p. 9).

- Le système décimal est un **système de numération de position** : la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture de ce nombre. Grâce à l'invention du zéro, en Inde au  $v^e$  siècle, cette écriture rend simple toutes les opérations.



Évolution du dessin des chiffres de 1 à 9. Entre les chiffres inventés en Inde au  $III^e$  siècle av. J.-C.) et le dessin de « nos » chiffres élaboré par les Arabes de l'Espagne maure, le chemin emprunté dura environ 800 ans : Inde - Moyen-Orient arabe - Afrique du Nord - Espagne maure.

→ Système binaire, informatique

# *La spécialité mathématique en TS*

## Problème de chiffrement et de cryptographie :

Chiffrement affine, chiffrement de Vigenère,  
Chiffrement de Hill,  
Système cryptographique RSA...



# La spécialité mathématique en TS

Nombres  
de  
Mersennes

Nombres  
de  
Fermat

Nombres  
de  
Carmichael

On s'intéressera également et particulièrement  
aux nombres premiers,  
à leur intérêt intellectuel et esthétique,  
à leurs applications.

Les questionnements sur les nombres premiers  
sont l'un des domaines des mathématiques  
les plus prisés par les amateurs,  
qui se passionnent pour ceux-ci.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  |    |    |    |    |    |     |
| 11 | 12 | 13 | 14 |    |    |    |    |    |     |
| 21 | 22 | 23 | 24 |    |    |    |    |    |     |
| 31 | 32 | 33 | 34 |    |    |    |    |    |     |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

2<sup>43</sup> 112 609 – 1

Conjecture  
de  
Golbach

Infinitude  
des  
Nombres  
premiers

# *La spécialité mathématique en TS*

## Matrices et suites

Une matrice est un tableau de nombre écrit entre parenthèses

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & -7 \\ -0,5 & 0,2 & 3,26 \\ -2,4 & 8 & 0 \\ 10 & -1,3 & 2 \end{pmatrix}$$

# *La spécialité mathématique en TS*

Matrices

exemples de problème



# *La spécialité mathématique en TS*



Numériser une image

C'est-à-dire

Transformer l'image  
en une suite de 0 et de 1.



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



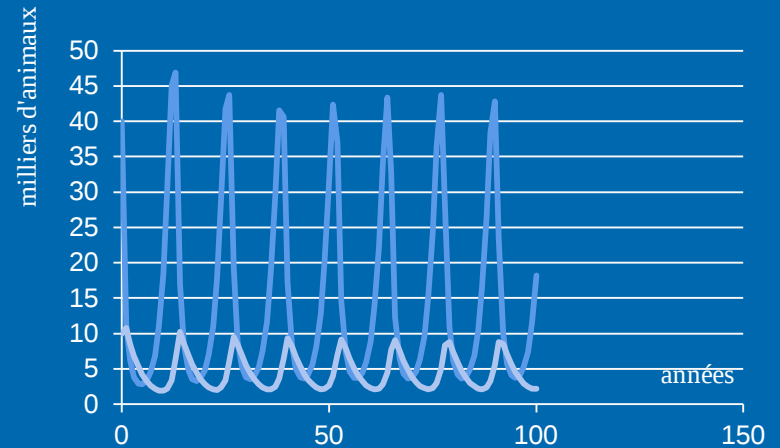
# *La spécialité mathématique en TS*



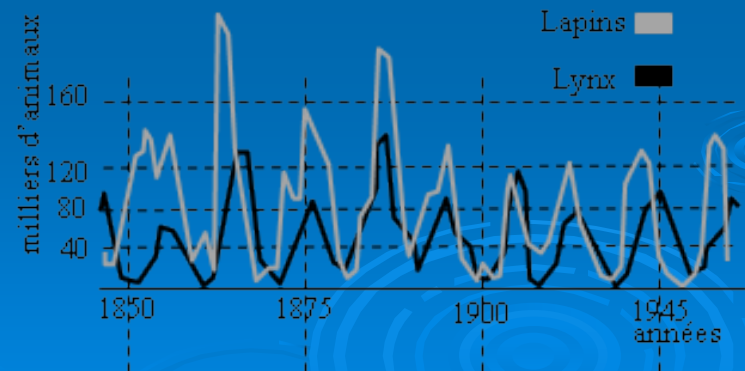
Modéliser une évolution  
de populations  
proies-prédateurs.

un problème réel :  
Population dans la baie d'Huron au Canada

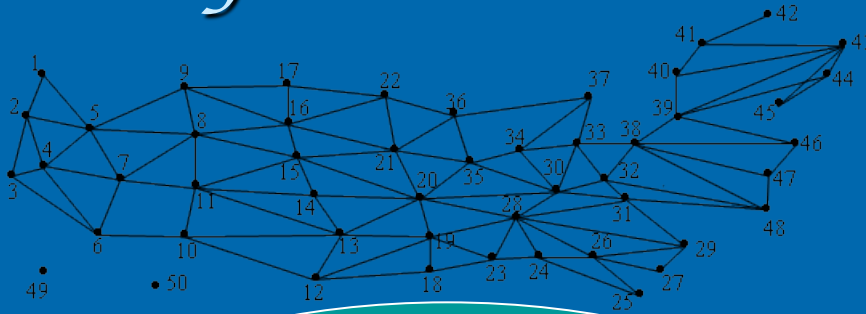
Modélisation



Populations réelles

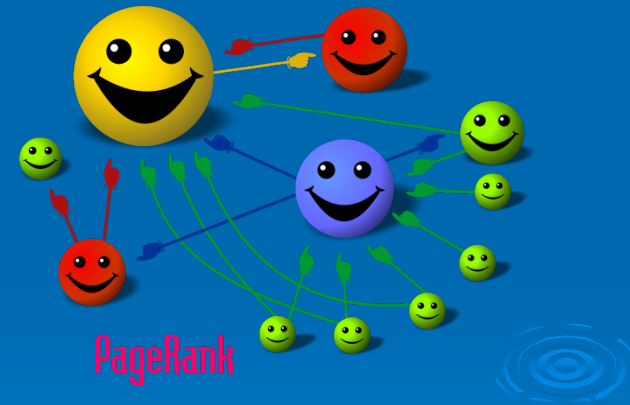


# *La spécialité mathématique en TS*



Google

Étude du principe du calcul  
de la pertinence d'une page  
web.



Pour cette étude on a besoin de la

notion de marche aléatoire sur  
un graphe

# *La spécialité mathématique en TS*

Un dernier exemple d'étude : un problème de physique.

## L'urne d'Ehrenfest

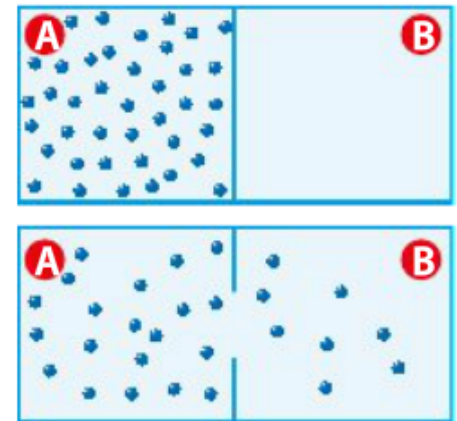


En 1907, Paul et Tatiana Ehrenfest introduisent un modèle probabiliste qui permet de décrire l'évolution de la pression d'un gaz (évolution macroscopique irréversible dans le temps) par l'évolution microscopique réversible des molécules composant ce gaz.

On considère deux enceintes A et B de même volume.

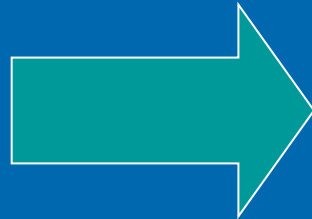
Le vide est fait dans l'enceinte B, puis on fait un trou dans la paroi séparant les deux enceintes.

Comment évolue la répartition des molécules dans les deux enceintes ?



# *La spécialité mathématique en TS*

Des problèmes



Des notions mathématiques  
pour modéliser et  
apporter des réponses

- Calendrier
- Écriture d'un nombre, informatique
- Codage
- Chiffrement
- Cryptographie
- Pertinence d'une page web
- Modélisation d'une évolution de populations proie-prédateur
- ...

Arithmétique

- Divisibilité dans  $\mathbf{Z}$ .
- Division euclidienne.
- Congruences dans  $\mathbf{Z}$ .
- PGCD de deux entiers.
- Entiers premiers entre eux.
- Théorème de Bézout.
- Théorème de Gauss.
- Nombres premiers.

Matrice et suite

- Opérations sur les matrices.
- Écriture matricielle d'un système linéaire.
- Suite de matrices colonnes ou lignes ( $Un$ )
- Étude asymptotique d'une marche aléatoire.